2025年10月

绵阳南山中学高2023级“绵阳一诊”热身考试

数学试题

命题人：蒋伟　　审题人：羊左佳佳、陈权滨

本试卷分为试题卷和答题卡两部分，其中试题卷由选择题和非选择题组成，共4页；答题卡共6页。满分150分，时间120分钟.

注意事项：

1、答题前，考生务必将自己的班级，姓名用0.5毫米黑色墨水签字笔填写清楚，同时用2B铅笔将考号准确填涂在“考号”栏目内.

2、选择题使用2B铅笔填涂在答题卡对应题目位置，非选择题用黑色墨迹签字笔书写在答题卡的对应框内，超出答题区域书写的内容无效.

3、考试结束后将答题卡收回.

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x\in N\mid 1<2^x<36\}$，$B=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$，则 $A\cap B$ 中的元素个数为(　)

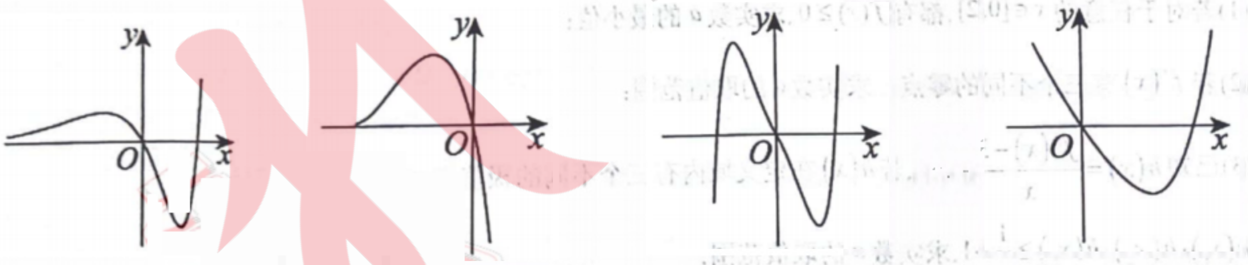
A.4　　B.5　　C.6　　D. 7

2．若命题 P：“$\forall x\in(0,2]$，都有 $x+\frac{4}{x}\geq 4$”，则命题 P 的否定为(　)

A．$\forall x\in(0,2]$，都有 $x+\frac{4}{x}<4$；　　B. $\forall x\notin(0,2]$，都有 $x+\frac{4}{x}<4$；

C．$\exists x\in(0,2]$，使得 $x+\frac{4}{x}<4$；　　D. $\exists x\notin(0,2]$，使得 $x+\frac{4}{x}<4$

3．函数 $f(x)=(x^2-2x)e^x$ 的图象大致是(　)



A　　B　　C　　D

4．若 $a>0,b>0$,且 $a+4b=5$,则 $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$ 的最小值是(　)

A.16　　B.25　　C.4　　D.5

5．拉格朗日中值定理是微分学中的基本定理之一,其定理陈述如下:如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，在开区间 (a,b) 内可导,则在区间 (a,b) 内至少存在一个点 $\in(a,b)$,使得 $f(b)-f(a)=f'(x_0)(b-a)$，$x=x_0$

称为函数 $y=f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上的中值点.若函数 $f(x)=\sin x$ 在区间 $[0,\pi]$ 上的"中值点"的个数为 m，函数 $g(x)=xe^x$ 在区间 $[1,2]$ 上的"中值点"的个数为 n，则有 $m+n=$（　）（参考数据：$\pi\approx3.14$，$e\approx2.72$）

A.1　　B.2　　C.0　　D.3

6. 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $na_n=S_{n-1}+1(n\geq2)$，$a_1=0$，则 S_{2027} 等于(　)

A. 2026　　B. 2025　　C.0　　D.1013

7. 2023 年,深度求索（DeepSeek）公司推出了新一代人工智能大模型，其训练算力需求为 1000PetaFLOPS（千亿亿次浮点运算/秒）. 根据技术规划，DeepSeek 的算力每年增长50%. 截止至 2025 年，其算力已提升至 2250PetaFLOPS，并计划继续保持这一增长率. 问：DeepSeek 的算力预计在哪一年首次突破 7500PetaFLOPS？(　)（参考数据：$\lg2\approx0.301$，$\lg3\approx0.477$）

A.2026 年　　B.2027 年　　C.2028 年　　D.2029 年

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x+a, x<a\\ x^2+2ax, x\geq a\end{cases}$,若函数 $f(x)$ 有最小值,则实数 a 的取值范围是(　)

A. $(-\infty,-1]$　　B. $[0,\frac{1}{3}]$　　C. $(-1,0)\cup(\frac{1}{3},+\infty)$　　D. $(-\infty,-1]\cup[0,\frac{1}{3}]$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d（$d\neq0$），等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q（$q\neq1$），且 $a_1=b_1=1$，$a_2=b_2, a_5=b_3$，则下列结论正确的是(　)

A. $d=2$

B.数列 $\{b_n\}$ 是递增数列

C.存在正整数 m，使得 $a_m=b_m$

D.存在正整数 k，使得 $a_{k+1}-a_k=b_{k+1}-b_k$

10.将函数 $f(x)=\cos x$ 的图象先向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，再把所得函数图象的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}(\omega>0)$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $g(x)$ 的图象.则下列说法正确的是(　)

A. 若 $\omega=2$ 时，$g(x)$ 为奇函数.

B. 若 $g(x)$ 最小正周期为 3π，则 $\omega=\frac{2}{3}$.

C.若 $\omega=3$,则函数 $g(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6},\pi\right)$ 内有 3 个极值点.

D.若函数 $g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 恰有 3 个零点，则 ω 的取值范围是 $(\frac{9}{4},\frac{13}{4}]$.

11. 已知 $x>1,y>1$，且 $x(2+\ln y)=(1+\ln x)(y+1)$，则下列不等式一定成立的是(　　)

A. $x<y$　　B. $x>y-1$　　C. $x^2>y$　　D. $x^2<y$

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 计算 $4^{\log_2 3}=$________(填具体数字)

13. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上且周期为 2 的奇函数，当 $2\le x\le 3$ 时，$f(x)=5-2x$，则 $f(-\frac{1}{4})=$______.

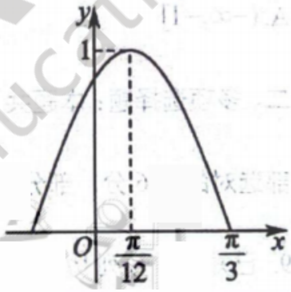
14. 已知 $2\cos\alpha+\sqrt{3}\cos\beta=3$，则 $\cos(\alpha+\beta)$ 的最小值为______

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(本小题 13 分)已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示.

(1)求 $f(x)$ 的解析式;

(2)设函数 $g(x)=f(x)+f(x+\frac{5\pi}{6})$，求使 $g(x)=\frac{\sqrt{6}}{2}$ 成立的 x 的取值.



16. (本小题 15 分)已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\frac{1}{3}$，且满足 $a_{n+1}=\frac{4a_n}{6a_n+1}$

(1)求证：$\left\{\frac{1}{a_n}-2\right\}$ 为等比数列;

(2)设 $b_n=\frac{1}{a_n}$,记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n，求满足 $T_n>20$ 的最小正整数 n.

17. (本小题 15 分)已知函数 $f(x)=\sqrt{2}(\sin\omega x-\cos\omega x)\cos\omega x+\frac{\sqrt{2}}{2}(\omega>0)$ 图象的一条对称轴为 $x=\frac{3}{8}\pi$.

(1)求 ω 的最小值;

(2)当 ω 取最小值时，若 $f\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{5}$，求 $\sin 2\alpha$ 的值.

18. (本小题 17 分)拐点,又称反曲点,指改变曲线向上或向下的点（即曲线的凹凸分界点）.设 $f'(x)$ 是函数 $y=f(x)$ 的导函数, $f''(x)$ 是函数 $f'(x)$ 的导函数.若方程 $f''(x)=0$ 有实数解 $x=x_0$,并且在点 $(x_0,f(x_0))$ 左右两侧二阶导数符号相反,则称 $(x_0,f(x_0))$ 为函数 $y=f(x)$ 的"拐点".经研究发现所有的三次函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$ 都有"拐点"，且该"拐点"也是函数 $y=f(x)$ 的图象的对称中心.已知三次函数 $f(x)=x^3-3x^2+4$.

(1)过点 $P(0;5)$ 作曲线 $y=f(x)$ 的切线，求切线方程;

(2)若对于任意实数 x，都有 $f(x^2-2x+4)+f(x^2+\lambda x)>4$ 恒成立,求实数 λ 的取值范围;

(3)已知函数 $g(x)=2mx^3+[6\ln(mx)-15]x^2+\frac{18}{m}x-\frac{5}{m^2}+1$,其中 $m>0$.求 $g(x)$ 的拐点.

19. (本小题 17 分)已知函数 $f(x)=ae^x-\frac{1}{3}x^3+3x(a\in\mathrm{R})$ 的导函数为 $f'(x)$.

(1)若对于任意的 $x\in[0,2]$,都有 $f(x)\geq 0$,求实数 a 的最小值;

(2)若 $f'(x)$ 有三个不同的零点，求实数 a 的取值范围;

(3)已知 $h(x)=\frac{f'(x)-3}{x}+\ln x$,若 $h(x)$ 在定义域内有三个不同的极值点 x_1,x_2,x_3，且满足 $h(x_1)\cdot h(x_2)\cdot h(x_3)\geq\frac{1}{e}-1$,求实数 a 的取值范围.