成都石室中学 2025-2026 学年度上期高 2026 届一诊模拟

数学试题

（满分 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2.作答时，务必将答案写在答题卡上，写在试卷及草稿纸上无效.

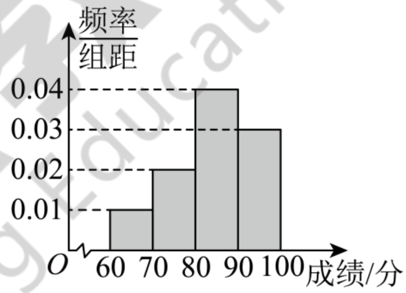
一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x|\ x^2-x-2<0\}$，　$B=\{x\,|\log_2(x+2)\geq 0\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{x|-1<x<2\}$　　　　B．$\{x|-1\leq x<2\}$

C．$\{x|\ x<2\}$　　　　D．$\{x|\ x\geq -1\}$

2．某校高三年级 1000 名学生参加体育健康标准测试，从中随机抽取部分学生的成绩（规定满分为 100 分），得到如图频率分布直方图，则估计该次考试成绩在区间 $[90,100)$ 内的学生人数为

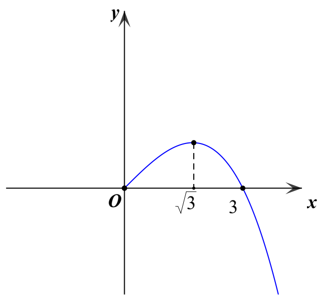


A．100　　B．200　　C．300　　D．400

3．已知 O 为坐标原点，F 是抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点，P 为 C 上一点，若 $\angle PFO=\dfrac{\pi}{2}$，则 $|PF|=$

A．8　　B．6　　C．4　　D．2

4.已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的图象如图所示，则不等式 $(x-\sqrt{3})f(x)>0$ 的解集为



A．$(-3,0)\cup(\sqrt{3},3)$　　　　B．$(-3,0)\cup(0,3)$

C．$(-\infty,-3)\cup(0,3)$　　　　D．$(-\infty,-3)\cup(\sqrt{3},3)$

5.将正弦曲线上所有的点横坐标变为原来的 2 倍，再向左平移 $\dfrac{2\pi}{3}$ 个单位长度，得到函数 $f(x)$ 的图象，则函数 $y=f(x),x\in[-2\pi,2\pi]$ 的单调增区间为

A．$\left[-2\pi,-\dfrac{5\pi}{3}\right],\left[\dfrac{\pi}{3},2\pi\right]$　　B．$\left[-\dfrac{5\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}\right]$　　C．$\left[-2\pi,-\dfrac{\pi}{3}\right],\left[\dfrac{5\pi}{3},2\pi\right]$　　D．$\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{3}\right]$

6.在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{CE}=\mathbf{0}$，$F$ 是线段 DE 的中点，连结 BD 交 AF 于 O，若 $\overrightarrow{AO}=m\overrightarrow{AF}$，则 $m=$

A．1　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{4}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

7. 三个相同的盒子里分别放有两个黑球，一个黑球一个红球，两个红球，现从任意的盒子里随机取出一球，若该球为红色，则该盒剩下的另一球是也是红色的概率为

A.$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

8．若存在 $x>0$ 使得不等式 $ae^x+1-x\le\frac{1}{x}\ln\frac{x}{a}$ 成立，则正实数 a 的取值范围为

A．$(0,1]$　　B．$[e,+\infty)$　　C．$\left(0,\frac{1}{e}\right]$　　D．$(0,e]$

二、选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9.已知在 $\left(x+\frac{2}{x}\right)^n$ 的展开式中，第 3 项的二项式系数与第 5 项的二项式系数相等，则下列说法正确的有

A．$n=6$　　B．第 4 项的二项式系数最大

C．x^2 的系数为60　　D．展开式各项系数之和为64

10.设函数 $f(x)=x^3-3ax+1$，则

A．当 $a=1$ 时，$x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点

B．当 $a>0$ 时，函数 $f(x)$ 有三个零点

C．若函数 $f(x)$ 有三个零点 x_1,x_2,x_3，则 $x_1x_2x_3=1$

D．已知 $x=x_0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点，若 $f(x_0)=f(t)$，$x_0\ne t$，则 $t=2\sqrt{a}$

11．已知点 P 为双曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 右支上一点，F_1,F_2 分别为其左、右焦点,l_1，l_2 为双曲线 C 的两条渐近线，过点 P 分别作 $PA\perp l_1$，$PB\perp l_2$，垂足依次为 A,B，过点 P 作 $PM\,//\,l_2$ 交 l_1 于点 M，过点 P 作 $PN\,//\,l_1$ 交 l_2 于点 N,O 为坐标原点，则下列结论正确的是

A．$\frac{|PF_1|}{|PF_2|}$ 的最大值为3　　B．ΔF_1PF_2 的内心 I 到 y 轴的距离为1

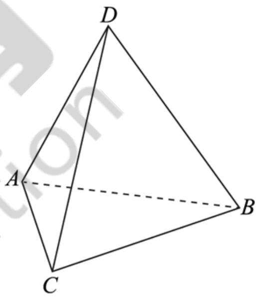
C．$|PM|\cdot|PN|=\frac{3}{4}$　　D．$|MN|\ge\sqrt{3}$

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.欧拉是 18 世纪最伟大的数学家之一，在很多领域中都有杰出的贡献.人们把欧拉恒等式“$e^{i\pi}+1=0$”与麦克斯韦方程组并称为“史上最伟大的公式”.其中，欧拉恒等式是欧拉公式：$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ 的一种特殊情况.若复数 $z=e^{i\pi}+\dfrac{1}{1-i}$，则 $|z|=$______.

13. 已知 a,b,c 分别为 ΔABC 三个内角 A,B,C 的对边，若 $a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0$，则 $A=$______.

14．如图，已知正四面体 $D-ABC$ 顶点处有一质点 Q，点 Q 每次会随机地沿一条棱向相邻的某个顶点移动，且向每个顶点移动的概率相同，从一个顶点沿一条棱移动到相邻顶点称为移动一次，若质点 Q 的初始位置位于点 A 处，记点 Q 移动 n 次后仍在底面 ABC 上的概率为 P_n.则 $P_2=$_____；满足 $P_n-\dfrac{3}{4}>\dfrac{1}{2025}$ 的 n 的最大值为_____.



四、解答题：本大题共 5 小题，共 77 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15. （本小题 13 分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的右顶点为 $(5,0)$，离心率为 $\dfrac{4}{5}$，左、右焦点分别为 F_1、F_2，P 为椭圆 C 上不同于左、右顶点的任意一点.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)求 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的取值范围.

16. （本小题满分 15 分）

某校举办校刊义卖活动，学生在义卖处每领取一本校刊，便自觉向收银箱中支付至少两元钱.现统计了连续 5 天的售出校刊数量和收益情况，如下表：

售出校刊数量 x（单位：箱）	6	5	7	5	7
收益 y（单位：元）	240	220	260	230	270

(1)求收益 y 关于售出数量 x 的回归直线方程，并计算售出 8 箱校刊时的预计收益；

(2)学校决定将收益奖励在科技创新大赛中获奖的学生，获奖学生每人奖励 100 元.已知甲、乙两名学生是否获奖是相互独立的，甲获奖的概率为$\frac{2}{3}$，乙获奖的概率为$\frac{1}{2}$，求甲、乙两名学生获奖总金额 X 的分布列及数学期望.

附：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

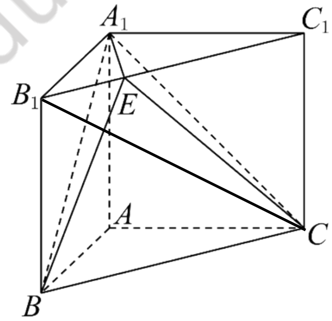
17.（本小题 15 分）

已知正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $2a_nS_n=a_n^{\ 2}+1$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$\{b_n\}$满足 $b_n=S_n^2$，证明：$\frac{1}{b_1b_3}+\frac{1}{b_2b_4}+\frac{1}{b_3b_5}+\frac{1}{b_4b_6}+\cdots+\frac{1}{b_{n-1}b_{n+1}}+\frac{1}{b_nb_{n+2}}<\frac{3}{4}$.

18.（本小题 17 分）



如图所示，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$BC=\sqrt{2}$，$AB=AC=CC_1=1$，点 E 是线段 B_1C_1 上的动点（不与点 B_1,C_1 重合）.

(1)求证：$A_1B\perp B_1C$

(2)若平面 EA_1B 与平面 A_1BB_1 所成角的正弦值不小于$\frac{\sqrt{3}}{3}$，求线段 B_1E 的取值范围.

(3)设点 E 到面 A_1BC 的距离为 h，四面体 EA_1BC 的外接球半径为 R，求$\frac{h}{R}$的取值范围.

19. （本小题满分 17 分）

已知 $f\left(x\right)=xe^x-a\ln x-ax$，其中 $a\in(0,+\infty),g\left(x\right)=2\cos x+\sin 2x$.

(1)当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程；

(2)求 $g\left(x\right)$的最值；

(3)若对任意 $x_1,x_2\in\left(0,+\infty\right)$，不等式 $f\left(x_1\right)\geq\frac{2\sqrt{3}}{9}a^2\cdot g\left(x_2\right)$恒成立，求实数 a 的取值范围.